

面向工程应用的 Kalman 滤波理论深度分析

葛泉波¹ 李宏² 文成林³

摘要 Kalman 滤波是状态估计和数据去噪领域的重要基础性方法. 现代动态系统的高复杂性和传统 Kalman 滤波假设的局限性使得传统 Kalman 滤波理论方法已难以满足日益增长的高精准数据分析需求. 以经典 Kalman 滤波理论特点分析为基础, 针对系统类型和噪声刻画方式的不同, 总结现有 Kalman 滤波方法的研究进展; 并以估计模型与实际系统失配这一客观事实为出发点, 根据不同自适应方式深入分析现有自适应 Kalman 滤波方法体系; 给出 Kalman 滤波理论面向实际系统的工程可用性分析, 并介绍了可观性、可观度和工程化智能 Kalman 滤波理论的若干重要研究进展; 最后指出工程化智能 Kalman 滤波研究的几个重要研究方向.

关键词 工程应用, Kalman 滤波, 高斯/非高斯系统, 白噪声/有色噪声, 自适应滤波, 可观度, 智能 Kalman 滤波

引用格式 葛泉波, 李宏, 文成林. 面向工程应用的 Kalman 滤波理论深度分析 [J]. 指挥与控制学报, 2019, 5(3): 167-180

DOI 10.3969/j.issn.2096-0204.2019.03.0167

Deep Analysis of Kalman Filtering Theory for Engineering Applications

GE Quan-Bo¹ LI Hong² WEN Cheng-Lin³

Abstract The Kalman filter is an important method in the field of state estimation and data denoising. Because of the high complexity of modern dynamical systems and assumptions' limitation of the traditional Kalman filtering theory, the conventional Kalman filtering methods suffer difficulty to meet the increasing demand for high-precision data analysis. Firstly, motivated by the analysis on the properties of the conventional Kalman filter, the research of the existing Kalman filtering method is summarized according to different system types and noise characterization ways. Secondly, the existing adaptive Kalman filtering system is deeply discussed through different adaptive ways based on the fact of the mismatch between model and the real system. Then, the engineering usability analysis of the Kalman filtering is shown for practical systems based on the current research, and some important research development are introduced on observability, observable degree and engineering intelligent Kalman filter theory. Finally, several important research directions are given for smart Kalman filtering.

Key words engineering applications, Kalman filtering, Gaussian/non-Gaussian system, white/colored noise, adaptive filtering, observable degree, smart Kalman filtering

Citation GE Quan-Bo, LI Hong, WEN Cheng-Lin. Deep analysis of Kalman filtering theory for engineering applications[J]. Journal of Command and Control, 2019, 5(3): 167-180.

从工程测量数据中去除噪声是数据滤波方法的重要应用之一, 其目的是尽可能从测量中还原关于目标的真实和客观的数据^[1-5]. 1940年, 维纳滤波理论的提出使得可以在频域内进行去噪滤波操作, 但该方法只适用于随机平稳过程, 无法在时域内进行工作, 从而导致其工程应用能力较差^[6-9]. 针对该问题, 通过引入状态空间概念, 以数学建模和概率统计为基础, 1960年 R.E. Kalman 等建立了著名的 Kalman 滤波理论^[10]. 该理论不仅可以实现时域上的

滤波估计, 而且具备时域递推计算性能, 能有效满足当时实际滤波应用的需求, 因此, 相关理论方法研究得到了科研人员的极大推崇^[11-17]. 从控制论角度而言, Kalman 滤波是经典和现代控制理论的分水岭, 是现代控制理论建立的重要标志^[18-19], 也是状态估计理论的基础性方法^[1-3, 20-24]. Kalman 滤波理论的内在优势使其很快受到了许多研究者和工程技术人员的关注, 大量改进的 Kalman 滤波方法被建立, 同时在很多领域得到成功应用, 极大地促进了数据滤波理论研究和工程应用技术研发的进步^[25-30]. 随着计算机技术、传感器技术和通信技术的快速发展, 使得现代控制系统内在复杂性急剧增加, 观测数据量快速增长, 以及数据分析精确性要求显著提高, 导致传统的 Kalman 滤波理论已经无法为现代控制系统的高性能运行提供坚实的理论和方法支撑, 并难以满足日益增加的高精准数据应用需求^[31-35]. 因此, 如何

收稿日期 2019-08-20
Manuscript received August 20, 2019
浙江省自然科学基金 (LR17F030005), 国家自然科学基金 (61773147, U1509203) 资助
Supported by Zhejiang Provincial Natural Science Foundation (LR17F030005), National Natural Science Foundation of China (61773147, U1509203)
1. 同济大学电子与信息工程学院 上海 201804 2. 中国飞行试验研究院 陕西 西安 710089 3. 杭州电子科技大学自动化学院 浙江 杭州 310018
1. School of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China 2. Chinese Flight Test Establishment, Xi'an Shaanxi 710089, China 3. School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China

在现代复杂控制系统的高性能应用需求背景下,开展传统 Kalman 滤波理论方法的体系完备性、可用性和适用性分析,并在此基础上探讨能为实际工程应用提供更完备方法论支撑的工程 Kalman 滤波理论,使得 Kalman 滤波理论研究能在新时期获得革命性的推动,这对 Kalman 滤波理论体系的完善和实际工程应用能力的显著提高都具有重要的科学和现实意义^[36-40].

1 问题的提出

1.1 Kalman 滤波理论的建立

为了从连续或离散测量数据中提取有用的信息,采用滤波的方法来滤除噪声和干扰是信号处理中一种常用方式.为了克服维纳滤波,只能实现对平稳随机过程的最优最小均方误差(MMSE)估计,针对实际工程中非平稳随机过程的普遍性,R.E Kalman 等建立了 Kalman 滤波理论,其核心内容包括状态空间理论、可控性和可观性、时域递推性和噪声高斯统计建模等^[1-2, 10, 18].

状态空间表示是以状态变量概念为基础对控制系统进行分析的方法,它是 Kalman 滤波理论框架的基础,也是从以传递函数为基础的经典控制理论跨越到现代控制理论的核心标志之一^[18].基于状态空间的可控性和可观性概念的建立,为后续控制系统综合研究提供了本质基础,而在时域上的递推性保证了 Kalman 滤波具有非常好的实时计算性能,使得 Kalman 滤波理论一经提出就受到了学术界和工程界的高度青睐,目前 Kalman 滤波开拓性论文的 Google Scholar 引用将近 4 万次(截至 2019 年 8 月).为保证 Kalman 滤波算法正常有效运行,在滤波框架设计中嵌入基于估计误差协方差的性能自评估机制,在某种意义上该机制是滤波估计输出可信性的重要评判方式,也是 Kalman 滤波信息融合方法性能评估的基础^[2, 32].

1.2 Kalman 滤波理论的局限性

受时代背景和应用需求的局限,经典线性 Kalman 滤波理论自然存在众多算法原理层面的局限性,包括线性系统、加性噪声、高斯白噪声、不相关噪声和参数精准匹配等,上述局限性或假设下建立的 Kalman 滤波方法,已经无法满足现代高性能复杂系统的应用需求^[41-51].因此,突破上述局限性假设开展面向更加复杂情形的 Kalman 滤波算法设计,成为满足实际工程应用需求的必然要求,也是推动 Kalman 滤波理论和算法体系完善的必然方向.

线性系统局限性:线性 Kalman 滤波理论是以

线性系统为对象建立的,而实际应用中的系统大多是非线性的.应用线性系统来近似描述非线性系统将产生较大模型误差,导致滤波估计性能急剧下降^[52-57].从而使得基础性非线性 Kalman 滤波设计一直以来是滤波估计领域的研究热点和难点,主要成果包括扩展 Kalman 滤波(EKF)^[52, 55]、无迹 Kalman 滤波(UKF)^[42]、容积 Kalman 滤波(CKF)^[31]和不相关转换滤波器(UCF)^[56, 58]等.

加性噪声局限性:基于信号和噪声的可分性考量,以及通信系统中加性随机性作为背景噪声的认知,传统 Kalman 滤波中过程噪声和测量噪声均以加性方式建模,同时有色噪声和参数不确定因素描述也常会采用加性噪声进行描述,使得 Kalman 滤波推导过程十分简便.但在众多现实复杂信号处理应用中,因系统时变性和非线性畸变等因素也常遭遇乘性噪声,如 SAR 和超声波图像处理以及不理想的通信信道等^[59-60].而噪声加性建模下的 Kalman 滤波自然无法直接应用到上述问题的研究中.加性噪声并不随信号而变化,乘性噪声会受信号变化的动态影响,因此,带有乘性噪声的 Kalman 滤波器设计会遭遇更多原理、算法设计和性能分析上的困难^[44-45, 61-63].

高斯白噪声局限性:高斯白噪声是指用正态函数来刻画随机白噪声的概率分布,而传统 Kalman 滤波运行过程只需要噪声随机统计特性的一二阶矩信息即可^[1-2, 10].但实际工程中大多数噪声是非白的和非高斯的,这样必然导致高斯白噪声假设下的 Kalman 滤波无法给非白非高斯系统提供一个可信的、高性能估计结果,即用高斯白噪声来近似非白非高斯噪声将会导致很大的、强不可控的模型误差^[1, 64-67].而在现有 Kalman 滤波框架下,非高斯噪声建模的高性能滤波估计器设计理论方法研究将遭遇本质性困难.

不相关噪声局限性:连续系统的离散化和复杂观测环境等都可能造成估计模型中的各种噪声具有统计相关性,经典的 Kalman 滤波方法是忽略噪声统计相关性信息,从而导致模型失配情形下差的滤波估计性能.除了常见的同一时刻过程噪声和测量噪声相关,以及多传感器测量噪声间相关性外,还可能在不同时刻噪声的相关性、局部估计误差的相关性、非线性系统线性近似误差相关性,以及参数不确定建模的相关性等^[68-73].虽然已有工作对上述部分常见噪声相关性的 Kalman 滤波算法设计开展了研究,但对于更加复杂噪声相关情形的算法设计研究还远远不足,尤其是对于噪声相关性统计建模不确定性的 Kalman 滤波算法研究还不够完善.

参数精准匹配性: Kalman 滤波是以模型驱动的估计方法, 其性能的好坏与建模精准程度有着本质直接关联, 然而工程应用中估计系统的建模本身就是一个非常难的问题. 在模型与实际系统完全匹配 (参数精准) 条件下, 线性 Kalman 滤波可以实现 LMMSE 最优估计^[74]. 由于受系统精准建模困难性、非线性近似的绝对误差性以及参数估计的非准确性等因素影响, 在客观意义上而言, 滤波过程使用的模型很难与实际系统完全匹配, 从而导致滤波模型与实际物理系统的失配是一个客观事实^[32, 75-76]. 而现有 Kalman 滤波理论及其相关方法大都是在完全匹配假设条件下获得的, 这必然导致传统 Kalman 滤波方法在实际工程中的应用性能受到极大的影响. 虽然面对模型失配情形已建立诸多自适应 Kalman 滤波方法, 但本质性和深层次理论分析研究还很缺乏.

随着现代控制系统的复杂性快速增加, 对滤波估计方法高性能程度和面向工程技术研发的理论支撑体系完备性等要求的日益提高, 使得传统假设下建立的 Kalman 滤波理论和简单推广获得的滤波方法已经难以满足实际工程应用的客观需求. 随着应用需求历史性演化和控制系统功能的革命性进步, 传统 Kalman 滤波理论的核心内涵面临大量新的问题, 尤其在工程应用性能需求越来越高的情形下, Kalman 滤波理论体系的一些内部核心机理受到严峻挑战, 甚至遭遇低可信或不可信情形^[32], 这表明新时代 Kalman 滤波理论可能需要变革性的推进.

2 传统 Kalman 滤波理论体系

2.1 线性高斯系统

本节主要总结传统 Kalman 滤波框架下线性高斯系统基本滤波理论方法的研究进展.

高斯加性相关噪声方面: 带有加性相关噪声的 Kalman 滤波器设计是标准 Kalman 滤波一个最简单的直接推广. 针对过程噪声和测量噪声同步相关问题, 基于 LMMSE 直接推导和噪声解相关等技术获得噪声相关 Kalman 滤波器, 从理论上而言两者估计结果是等价的^[1-2]; 针对噪声一步相关问题, 文献^[77-78] 等也给出了相应的 Kalman 滤波器及其融合方法的执行公式. 上述工作也充分表明, 直接推导法和噪声解相关处理方法在滤波估计功能上具有等价性.

高斯加性有色噪声方面: 高斯加性有色噪声也是 Kalman 滤波状态模型和测量模型不确定因素的一种建模方式, 通常该不确定性 (或噪声) 也用一阶

马尔可夫随机过程来建模, 即一级的噪声也可以描述成一个确定部分和一个随机部分 (二级噪声)^[1]. 一般意义上而言, 有色噪声建模要比白噪声建模更符合实际工程意义, 这是因为实际系统中数据或信息的不确定性 (或噪声) 是受多种因素共同作用的结果, 采用单一的白噪声统计建模方式导致模型与实际系统之间的误差比较大 (两者匹配程度低), 而采用有色噪声建模方式会获得与实际系统更高的匹配程度, 但相应复杂性也随之增加^[79-83]. 应对有色噪声不确定建模的主要方法包括状态向量增广法、差分法和现代时间序列分析法等. 状态向量增广法的基本原理是将一级状态模型的变量和一级噪声的固定部分扩维成一个新的状态变量, 从而获得一个等价的新估计系统, 再应用 Kalman 滤波来实现状态和参量的联合估计^[1]; 差分法是通过相邻两个时刻观测的线性组合 (求差值) 来构建新观测系统, 从而实现有色噪声系统的白化过程, 其缺点是所有估计值有一个周期的时滞^[1]; 现代时间序列法是通过级数展开方式和待定系数方法, 将有色噪声转换成虚拟白噪声, 使获得的新系统符合 Kalman 滤波的白噪声要求^[84].

高斯乘性噪声方面: 在通信信号或水声信号处理中, 受到信道衰减等因素的影响, 测量矩阵常需要采用乘性噪声来建模该不确定, 从而建立能应对复杂情形的 Kalman 滤波器^[44-45, 60]. 乘性噪声的引入对 Kalman 滤波的收敛性和稳定性分析也产生了本质性影响, 同时也导致滤波器推导和执行过程变得复杂^[85-86]. 尤其是乘性噪声与加性噪声的相关性对滤波器推导过程的影响也逐渐显现, 从而导致滤波器的性能分析出现新的问题. 因此, 当乘性噪声与各种加性噪声的相关性以及加性噪声相关性同时存在时, 滤波器设计、相关性矩阵自适应估计、性能分析和评估方法研究将遭遇更多新的困难和应用挑战.

2.2 非线性高斯系统

一般意义上而言, 线性高斯系统中关于高斯加性相关噪声、高斯加性有色噪声、高斯乘性噪声, 以及混合噪声相关性等的研究方法大都能应用到非线性高斯系统中. 只是由于非线性系统的基础滤波器设计方法发生了本质性变化, 也就是说线性 Kalman 滤波是单一的, 而非线性滤波设计方法类型多样, 如 EKF 是基于泰勒展开近似, UKF 和 CKF 是基于采样近似, 以及 UCF 是基于不相关非线性变换等, 使得相关线性高斯系统方法在非线性高斯系统中进行适应性改进后可以得到有效应用^[45, 63, 87-91]. 显然, 因为非线性系统的复杂性特征直接导致滤波器性能评估、

稳定性分析和复合自适应滤波方法设计方面产生的变化性影响程度也存在显著区别。

2.3 非高斯系统

非高斯噪声系统的滤波估计研究相对较少,原因是非高斯系统噪声描述方式与高斯系统噪声建模表示方式发生了本质性变化,因此,非高斯系统噪声相关性描述趋于一般性和复杂性^[92-96]。非高斯滤波器的设计方法主要有高斯和方法^[97-98]、Monte-Carlo(MC)采样法^[48,99-101]和熵方法^[102-105]。高斯和方法主要思想是采用多个高斯分布的组合来逼近非高斯分布的方式,本质上属于高斯近似方法,该方法的关键是高斯个数和高斯分布统计特性的优化求解问题;MC法是通过 Monte-Carlo 采样来实现非高斯分布概率密度函数的近似逼近,代表性方法是粒子滤波,其优点是非线性非高斯滤波性能得到显著提高,但会遭遇粒子退化和计算量大等不足^[106-108];熵方法是利用估计误差的熵代替高斯滤波中的估计误差协方差来作为最优化指标设计新的滤波器^[104],但由于实时更新估计误差的概率密度函数尤为困难,导致该方法的实际操作性不强^[105],随后使用特征函数来替代概率密度函数的方式,解决概率密度函数方法的工程可实施性问题^[109]。

3 自适应 Kalman 滤波理论

针对模型参数不精准情形,人们提出用自适应滤波技术改善 Kalman 滤波器的估计性能,主要方式包括参数自适应估计方法、渐消因子自适应方法和多自适应方法融合技术等^[110-117]。

3.1 参数自适应估计调整方法

因滤波所使用模型与实际系统不完全匹配性是自适应滤波研究的主要动机,因此,对模型参数进行实时估计是最直接的一种自适应方法。参数自适应估计方法是指利用统计概率理论对(部分)未知和不精准参数(过程噪声方差、测量噪声方差和状态转移矩阵等)进行自适应估计,以改善滤波模型参数的准确性和模型与实际系统的匹配度,从而实现高性能的 Kalman 滤波估计。线性估计系统参数自适应估计主要包括过程噪声方差自适应估计、测量噪声方差自适应估计和状态转移矩阵的自适应估计^[1,36,118-120]等。典型参数自适应估计调整方法包括 Sage-Husa 法^[111]、协方差采样法^[119]、极大后验法^[121]、支持向量机法^[122]、极大似然法^[123]、自适应噪声因子法^[124]、迭代估计法^[125-126]、模糊法^[127-128]、新息序列法^[129-131]、多模型方法^[132-133]、变分贝叶斯方法^[110,134-136]和神经网络方法^[137-138]等。

虽然上述诸多方法给出了滤波模型参数的一些实时自适应估计的实现方式,但对于这些参数自适应估计结果的有效性常通过仿真试验来验证说明^[41],极度缺乏相应结果的可信性评估理论方法支撑(即无法在现有 LMMSE 估计框架下对参数自适应估计的准确性进行严格的理论评估^[32],同时变分贝叶斯自适应方法中,测量噪声方差的迭代估计为何能提高方差估计精度的理论机理尚未被严格证明^[110]),这直接导致传统参数自适应估计在实际工程中的应用能力受到极大的限制。

3.2 渐消因子自适应方法

与参数自适应估计方法不同,渐消因子方法是以新息(测量残差)序列的白化为基础,并联合优化理论来设计自适应渐消调整因子,进而利用该渐消因子对滤波器执行过程进行动态在线的自适应调整^[114,139-141]。根据滤波器自适应调整对象和机制的不同,渐消因子作用方式分为调整模型参数^[142-145]、调整预测误差协方差^[146-150]和调整增益阵^[151-152]等。其中,模型参数的自适应调整与参数自适应估计方法有些相似,只是在参数估计实现方式上有所不同,因此,在某种意义上这类方式也可以归纳到参数自适应估计范围内。与对模型参数调整方式不同,实现预测误差协方差和增益阵等非模型自身参数的自适应属于对滤波器执行过程的动态调整,当然现有部分研究已经表明,滤波过程非模型参数的调整也可以间接等价描述为对模型参数的自适应调整^[50]。同时,对于模型参数和预测误差协方差的调整而言,最终在本质上都是为了实现对增益阵的间接自适应。

针对诸多渐消因子自适应方法,在故障诊断领域提出的强跟踪滤波(STF)是最受欢迎的方法之一^[114-115]。该方法的主要思想是以传统 Kalman 滤波的 MMSE 最小化准则为基础,通过增加各个时刻间测量残差(新息)正交化约束来构建一个新的 Kalman 滤波优化设计方法,进而通过求解该优化问题来获得用于调整预测误差协方差的自适应渐消因子。强跟踪滤波理论建立后,受到众多科研和工程技术人员关注,并在诸多领域得到应用^[148,153-157]。随着研究的深入,强跟踪滤波理论也得到进一步完善。针对强跟踪滤波直接调整预测误差协方差的机制,文献[50]给出了一种等效于调整过程噪声协方差的解释,从而揭示强跟踪滤波理论与参数自适应估计调整方法的内在关联性。同时该工作也深入分析了强跟踪功能被激发所需要的限制性条件,并不是滤波模型中单个参数不精准强跟踪功能就起作用,

而是当多个模型参数和滤波参数的复合计算满足某一条件时强跟踪功能才有效, 即强跟踪滤波在某些时候也会出现漏警情形^[54]. 文献 [41] 开展了强跟踪滤波和扩展 Kalman 滤波各种参数的理论比较, 揭示了滤波 MSE 和真实 MSE 之间比较结果的不一致性, 同时研究了强跟踪滤波 MSE 和真实 MSE 估计性能评估结果之间的失配性问题. 上述分析表明在面向更高要求的工程应用时, 传统强跟踪滤波理论有待于进一步完善.

3.3 多自适应方法融合

因参数自适应估计法和渐消因子自适应方法的新息使用方式与程度各有不同, 导致相应的自适应滤波方法的性能也存在各自优缺点. 如果将参数自适应方法看作西医 (往往需要精准参数信息), 那么渐消因子自适应方法则可视为中医 (不完全关注参数准确性, 使用系统论观点来调节滤波器执行过程), 显然在无法证明两种方法孰优孰劣的情况下, 基于中西医结合思想将各种自适应滤波方法进行融合, 成为改善自适应 Kalman 滤波性能的有效方式^[116-117, 158]. 针对卫星姿态估计问题, 一种基于多个渐消因子组合的鲁棒自适应容积 Kalman 滤波方法被建立^[116]; 通过最大后验估计和变分贝叶斯估计有效联合, 文献 [158] 提出一种测量噪声方差自适应融合估计方法, 进而联合渐消因子技术来实现高性能的自适应滤波估计; 将模糊技术和强跟踪滤波的有效结合也是提高自适应滤波性能的有效方式^[159-161]; 文献 [162] 将测量噪声方差的自适应估计和渐消因子技术有效集成, 提出一种能同时实现过程和测量噪声方差估计的自适应滤波方法. 其他一些工作还包括将集合滤波和迭代技术的组合^[163] 以及核滤波和神经网络技术的融合^[164] 等.

3.4 简要分析

上述分析表明在自适应滤波方法方面已经开展了大量的研究工作, 取得了丰硕的研究成果, 但这些工作大多数集中于算法本身的设计, 对于自适应滤波算法估计性能的评估研究还很薄弱. 同时各种自适应技术的引入对传统 Kalman 滤波运行机制的本质影响研究更是缺乏, 直接导致实际工程系统中现有自适应滤波算法应用缺乏非常重要的基础性理论支撑. 因此, 除了开展自适应滤波算法研究外, 还需要深入研究建立自适应技术对传统 Kalman 滤波机制的影响, 为建立更高效的自适应 Kalman 滤波方法奠定基础.

4 传统 Kalman 滤波的工程可用性

4.1 3 个 MSE

众所周知, 传统 Kalman 滤波体系存在两种可用于估计性能的评估机制, 一是估计误差协方差 (即滤波 MSE), 二是均方根误差 (RMSE, 参数真实值和估计值之差平方的期望值的平方根, 也称之为真实 MSE)^[32]. 滤波 MSE 是在滤波过程中直接计算得到, 而 RMSE 无法根据估计过程计算获得, 仅在离线仿真试验验证评估中使用 (需知道真实值). 因此, 滤波 MSE 是 Kalman 滤波理论中重要的自评机制参量, 即滤波 MSE 越小估计性能越好, 并在模型参数精确条件下, 两者 MSE 结果具有很好的一致性^[74].

不可否认, 现有绝大多数的 Kalman 滤波理论方法研究都是在承认和接受上述原理结论下开展的. 2016 年, 发表在 IEEE TAC 上的工作, 深入研究了 Kalman 滤波的性能分析问题^[32]. 该文在滤波模型无法与实际系统精准匹配的客观事实下, 在过程或测量噪声方差的定量偏差建模描述基础上, 对不同情形下的 Kalman 滤波进行重新推导, 发现存在 3 个 MSE, 即理想 MSE (IMSE)、滤波 MSE (FMSE) 和真实 MSE (TMSE). 事实上, 在模型精准的假设下, 3 个 MSE 应该具有一致性, 即 IMSE 和 FMSE 是相同的, TMSE 刻画的结果与 FMSE 保持一致. 因此, 提出疑问, 在参数不精准情形下上述 3 种 MSE 的关系结论是否成立呢?

4.2 关于 3 个 MSE 的比较

针对上述问题, 现有研究已经深入开展了 3 个关于 MSE 的比较工作, 分别是 3 个 MSE 的直接 (直接序) 比较 (工作 1)^[32]、FMSE 和 TMSE 与 IMSE 的相对距离 (相对序) 比较 (工作 2) 以及不同偏差取值下相应 FMSE (或 TMSE) 的相对距离比较 (工作 3)^[75-76].

工作 1 的研究结论是: 当噪声方差偏差向量取值位于零向量的左侧和右侧时, IMSE、FMSE 和 TMSE 排序大小是不一致的, 即 FMSE 和 TMSE 在两种偏差情形下的大小关系完全相反, 不再保持模型精准假设下的一致性. 这表明在实际应用中采用 FMSE (即估计误差协方差) 进行 Kalman 滤波估计性能自我评估的结果已经不具备唯一正确的可信性, 即传统 Kalman 滤波理论中基于估计误差协方差的性能评估机制已经被破坏, 不适用于模型失配系统, 即小的 FMSE 并不一定表明高的滤波估计精度, 该问题在关于强跟踪滤波理论的研究中已经有所体现.

工作 2 的研究结论是: 对于 FMSE 和 TMSE 到

IMSE 的距离而言, 噪声方差偏差向量取值在零向量的左侧和右侧的结果也是不具备一致性, 两距离的分界点并不是在偏差的零点上, 而是位于一个与模型参数复合计算的向量上. 同时, 两种相对距离大小的交会点有两个, 而不是一般认知上的一个, 这是一个很有意义的发现.

工作 3 的研究结论: 对于单一的过程或测量噪声方差, 若偏差位于同侧, 则偏差绝对值 (2 范数) 越大的相对距离越远. 若噪声方差在零点的两侧, 当满足特定阈值条件时偏差范数大小与相对距离大小保持一致, 否则偏差范数大小与相对距离大小关系呈相反状态.

4.3 简要分析

关于 3 个 MSE 比较研究表明, 实际工程应用中基于模型精准假设下的传统 Kalman 滤波理论体系遭遇了新的问题. 同时, 工作 1、工作 2 和工作 3 的结果联合表明, 对于实际工程中的滤波模型参数选择问题, 建议往大的选择 (即偏差一定要取正), 以实现 MSE 评估的一致性 (即悲观或保守评价). 如前所述, Kalman 滤波的性能通常可以采用 TMSE 和 FMSE 来评价. TMSE 通常仅在研究实验验证中使用, 在实际工程中由于无法知道状态真实值而无法计算获得, 而 FMSE 可以在滤波执行过程中计算获得. 但工作 1 结论已经表明, 传统 Kalman 滤波理论基于估计误差协方差 (即 FMSE) 的性能自评估机制遭遇可能失效的境遇, 从而导致实际工程系统应用中 Kalman 滤波理论突然缺少了内在有效的性能自评估机制支撑. 本质上还可以从另外一个角度来理解上述问题, 即由于传统 Kalman 滤波理论建立时对模型参数与实际系统的精准匹配性 (目前还未形成定量分析精准匹配性的理论方法) 的条件特殊性, 掩盖了 FMSE 和 TMSE 之间的本质性关系 (只有在所谓模型参数精准情形下 FMSE 和 TMSE 才具有一致性含义). 上述现象表明传统理论框架下 Kalman 滤波的估计输出遭遇可信性危机, 这也给 Kalman 滤波理论的工程化应用提出了一个非常大的挑战.

虽然为了满足初步工程应用需求, 研究者们建立了包括参数自适应估计和渐消因子自适应估计等在内的众多自适应滤波算法, 较好满足了实际系统对 Kalman 滤波理论的初步应用需求. 但在面向更进一步高性能应用需求时, 上述自适应方法的一些不足依然有待于进一步解决, 如参数估计方法理论有待于基础化和系统化、参数估计的性能评估理论建立 (如何保证 (迭代) 参数估计的精准性)、渐消因子计算理论原理的标准化、体系化和统一化, 以及参数

自适应估计和渐消因子自适应方法的关联性和统一化等. 需要提及的是, 从客观的角度而言, 不管自适应估计方法性能如何改进, 都是无法达到模型参数与实际系统的完全精准匹配性, 这意味着自适应滤波算法也必然存在第 4 部分中阐述的问题. 因此, 除了进一步改进和完善现有自适应滤波理论方法之外, 还需要从其他角度开展新型自适应滤波 (称之为工程滤波或智能滤波) 方法的研究.

5 工程化智能 Kalman 滤波理论

5.1 概述

Kalman 滤波的提出是现代控制理论建立的标志性事件, 同时它也已经成为估计领域的主要方法之一, 因此, 估计理论和控制理论之间必定存在内在联系^[18-19, 74, 165]. 现有的自适应滤波研究大部分都是从新息论的角度开展的, 而从控制论角度的研究非常缺乏. 因此, 既然从新息论角度出发建立的自适应滤波算法存在前面所述的本质性缺陷, 那么从控制论角度研究工程化的 Kalman 滤波理论是一个可以尝试的新方向.

5.2 基于可观测度的 Kalman 滤波

5.2.1 可观测性与可观测度

在现代控制理论中, 可控性和可观性是两个最基本的概念, 其中可观测性与估计理论有着直接关联^[10-11, 18-19]. 可观测性是指由输出或观测来估计状态的可能性, 即确定状态变量是否完全可观测或完全不可观测, 具有二值性, 而对于可观测系统并不能知道系统可观测性的程度大小. 可观测度是对可观测性能力的一个定量度量. Kalman 滤波的有效性取决于系统状态的可观测性和可观测度, 其中可观测度是表征 Kalman 滤波收敛精度和速度的重要指标, 直接关系到系统的整体估计性能^[166-172]. 因此, 针对传统 Kalman 滤波性能自评估量 FMSE 的不可信性, 可观测度是一个潜在的新型滤波性能自评估指标^[173-178].

针对线性时不变精准建模系统, 可观测性判定理论比较成熟, 并已成为现代控制理论体系的重要基础^[18-19]. 线性时变系统的可观性判定问题相对复杂, 其基本思想是将线性时变系统在一段时间内近似为线性定常系统, 即分段线性定常系统 (Piece-Wise Constant System, PWCS), 然后应用线性定常系统的可观性判据方法进行研究^[173-176]. 遗憾的是, 该方法仅适用于一类特殊的线性时变系统, 其通用性较差; 对于非线性动态估计系统, 常用方法是扩展 Kalman 滤波的线性化雅克比矩阵为基础, 然后应用

线性时变系统 PWCS 思想进行可观性判定分析^[177]。显然, 该方法与扩展 Kalman 滤波的建立有着相似之处, 但仅仅是一种解决方法而已, 其结果的有效性和性能的可靠性在理论上还难以得到严格有效保证。实际上, 非线性系统的可观性和线性时变系统的可观性问题有较强的相似性, 即可观性随时间变化而改变。因此, 从传统可观性理论角度出发, 需确定从零时刻到当前时刻可观矩阵的秩, 且易导致大计算量, 并随着时间的增加可观矩阵秩的求解可能变得异常困难^[174]。

现有的可观度计算主要包括两种方式: 1) 采用可观矩阵的奇异值分解分析系统的可观度, 这是一种事前可观度分析方法。针对连续系统和离散系统, 奇异值分解法已经被应用去分析 PWCS 中各状态分量的可观度。文献 [179] 通过反例说明利用奇异值分解法利用变量代换方法进行无量纲化处理时, 变换前后状态可观度分析结果不一致, 因此, 证明奇异值分解的可观度分析方法存在缺陷; 文献 [180] 分析了特征值分解法和奇异值分解法的等价性, 并从理论上讨论了特征值分解法和奇异值分解法的不全面性; 基于 PWCS 模型, 文献 [181] 应用条件数分析方法在一定程度上解决了系统可观度的定量分析问题, 但各状态之间可观度的横向比较还存在明显缺陷。2) 滤波估计误差协方差阵的特征分解方法, 这属于一种事后可观度分析方法。研究表明 Kalman 滤波中估计误差协方差阵的最小特征根可以用来表征系统的高可观度, 其相应的特征向量则表征系统可观度的矢量方向^[182]。文献 [182] 采用滤波误差协方差阵的特征值和特征向量来分析系统的可观度, 但并未区分各状态变量的可观度; 文献 [183] 利用滤波估计误差协方差阵的衰减特性来反映系统的可估计能力; 文献 [172] 指出常规可观度分析方法受滤波估计器初始值或状态方程扰动误差的影响较大, 并在此基础上提出一种对状态方程扰动误差具有较好鲁棒性的可观度计算方法。

受限于现代控制论中可观性理论研究的局限性, 如线性时不变系统、未考虑过程噪声和测量噪声的影响等, 使得以此为对象建立的传统可观性判定和可观度计算理论在范围适用性、理论完善性和科学问题完整性展示等方面都存在明显的局限性。尤其是研究对象的简单化往往会使得很多复杂重要性的科学问题或现象被忽略, 从而导致所得出的结果难以更准确地反映 Kalman 滤波器的估计性能, 这必将影响可观度理论在工程化智能 Kalman 滤波中的充分应用。

同时, 现有的可观度计算方法研究大都只是简单地探讨如何将线性时不变系统的方法和结果推广到线性时变或非线性系统, 对于利用可观度的计算和表示理论、应用可观度信息改善估计性能, 以及可观度与估计精度一致性等方面的研究, 必然面临巨大的挑战和难得的机遇。由于传统 Kalman 滤波框架存在第 4 部分中揭示的问题, 从而导致基于滤波估计误差协方差矩阵 (FMSE) 的可观度计算结果也面临低可信性或不可信性的问题。因此, 要获得可用的、高可信的可观度计算理论还需要更多的研究努力。

5.2.2 可观度与 Kalman 滤波

可观度研究的目的是在传统 Kalman 滤波理论的性能自评估机制外再提供一种新的 Kalman 滤波性能表征和度量方法, 以便在基于 FMSE 的性能评估机制失效后能够支撑滤波的自评估功能。当然, 现有的可观度理论依然存在相应的局限性, 还未拥有能实现上述功能的能力, 但这也是未来努力的目标方向。尽管如此, 研究可观度与 Kalman 滤波之间的内在关系是后续研究的一个重要基础。

针对上述问题, 文献 [165] 针对一类线性时变估计系统, 以传统可观性判定矩阵构建原理入手, 充分应用许瓦兹不等式和滤波收敛性定理等方法, 揭示了可观度和滤波估计误差协方差 (FMSE) 之间的解析关系, 但该方法只将测量噪声方差考虑到可观度计算中, 而过程噪声的影响未被考虑在内; 随后, 基于估计理论中 CRLB 概念, 文献 [184] 进一步深入研究文献 [165] 中可观度计算方法与状态估计理论间的关系, 结果表明文献 [165] 中未考虑过程噪声方差的可观性判定矩阵是 CRLB 理论中逆 Fisher 信息矩阵的特例, 并根据 CRLB 的计算原理给出了能同时考虑过程噪声和测量噪声影响的完整可观度计算方法, 该工作进一步验证了可观度作为滤波器估计性能定量度量方法的潜在可能性。

5.2.3 基于可观度的智能 Kalman 滤波

由于模型与实际系统的失配性是一个无法避免的客观现象, 因此, 从不同角度设计满足各种特性需求的自适应滤波算法成为工程应用中必须面对的问题。现有的自适应滤波理论中大都基于新息理论设计参数估计方法和渐消因子计算方法, 但这些工作均缺乏相应自适应估计结果的评价支撑机制, 即未给出能判定自适应输出结果要比非自适应结果好的评价机制, 这也是现有自适应滤波应用理论存在的一个亟待研究的重要问题。

针对上述问题,文献[185]以可观测度理论为基础,通过建立估计误差协方差、可观测度和可观测性判定矩阵三者间内在相互计算关系,并充分运用迭代优化建模求解理论,从而提出一种可用于滤波器自适应调整的智能自适应因子计算方法,最终建立一种新型的自适应 Kalman 滤波方法.与传统自适应 Kalman 滤波不同,该新型 Kalman 滤波器结构中可观测度被用来评估每次迭代估计结果的有效性,即同一时刻每次迭代估计结果的可观测度值与迭代前的可观测度值进行有效性比较.若可观测度值增加,则说明量测中还有信息可以进一步提取,因此,迭代

继续;若可观测度不再增加,则说明量测中的有用信息已经被提取使用完毕,则迭代终止,此时所获得的结果就是该时刻最终的估计结果.也就是说,该自适应滤波器是将可观测度作为一个性能变化的靶向指标来自动识别控制滤波器迭代机制的运行过程,而现有自适应滤波方法大都不具备此功能,因此,该新型自适应滤波器具有一定的智能性,从而可称之为智能 Kalman 滤波.该工作某种意义上也是给现有自适应滤波方法的完善提供一个非常有意义的研究方向,如果能给现有自适应滤波方法加上一个智能化性能评估机制,那么不仅滤波估计性能可以得到有效改善,其工程应用中估计结果的可信度也就有了可靠的理论支撑.

6 未来研究工作

虽然 Kalman 滤波理论方法及其应用研究已经历时近六十年,很多理论和方法在实际工程中得到了很好的应用.随着人类对社会生产能力要求日益快速提高对包括 Kalman 滤波在内的各种信息技术应用性能提出更高的要求,从而导致对各种信息理论的高水平和完整性提出了更苛刻的要求.针对面向工程应用的 Kalman 滤波理论研究,需要从 Kalman 滤波性能分析体系性、传统自适应 Kalman 滤波理论完善性、可观测度和智能 Kalman 滤波、可信度与智能 Kalman 滤波、机器学习与智能 Kalman 滤波以及多自适应方法融合等方面开展研究工作.

6.1 Kalman 滤波性能分析体系性

虽然在 Kalman 滤波稳定性、收敛性和鲁棒性等方面已经获得了不少研究成果,同时自适应 Kalman 滤波方面的性能分析工作也有开展,但在面向工程应用的 Kalman 滤波理论算法的性能分析研究上还远远不足以很好地支撑 Kalman 滤波理论的高效工程化应用,比如系统参数自适应估计方面包括参数估计的准确性、收敛性和可信性分析,各种参数估计

方法性能的差异性分析,迭代估计机制的有效性证明,参数自适应估计结果的有效性判别(线性系统、非线性系统和多传感器系统等),以及在文献[32]的基础上深入开展参数自适应滤波的性能比较分析等;渐消因子自适应 Kalman 滤波方面包括自适应因子计算方法原理比较和性能差异性分析,渐消因子自适应滤波的收敛性、稳定性、可信性和估计一致性分析,深入该自适应机制下基于 FMSE 和 TMSE 的自适应滤波估计性能比较分析,以及相应非线性系统、非高斯系统和多传感器系统方面的推广等.

6.2 传统自适应 Kalman 滤波理论完善性

虽然现有自适应滤波方法看似比较丰富,但這些方法共同不足之处在于缺乏扎实有效的性能自我评估机制,从而导致工程技术人员在应用这些算法时必然存在关于估计可靠性和可信性方面的担心.因此,传统自适应 Kalman 滤波的深度完善上还需要开展大量的研究工作,主要包括新型工程化滤波器的统一估计性能自我评估机制设计(以 FMSE 等为基础),各种参数自适应滤波方法的集成融合理论,各种渐消因子自适应滤波方法的集成融合,参数自适应与渐消因子自适应方法深度融合理论,多种不同机理的自适应滤波技术的多模式融合模型,多参数和状态联合的自适应动态估计以及新息论和控制论有机融合的自适应滤波方法等.

6.3 可观测度与智能 Kalman 滤波

现有工作已表明应用估计误差协方差矩阵(FMSE)进行估计性能评估存在可信度方面的不确定性,因而基于 FMSE 分解的可观测度计算方法自然也存在类似问题.在基于可观测性判定矩阵分解的可观测度计算研究方面,由于估计系统的可观测度与系统可观测性紧密相关,因而需要在可观测度理论研究上有所突破,就必须在可观测性理论研究方面有所变革性进展.因此,在可观测度理论和相应智能 Kalman 滤波研究方面还有大量基础性问题亟待解决,如时变系统基于 PWCS 机制的单段时序内可观测性的不变性和分段可观测度的一致性分析理论,非线性高斯噪声相关系统基于采样近似滤波机制的可观测性判定和可观测度智能计算分析理论,非线性非高斯系统的可观测性判定和可观测度智能计算分析方法,以及多传感器非线性非高斯噪声相关系统的可观测性判定和智能可观测度计算分析方法等;基于新息论和控制论联合的自适应 Kalman 滤波调整因子智能计算方法,以及面向非线性非高斯噪声相关系统基于复合可观测度分析的智能 Kalman 滤波融合方法等.

6.4 可信度与智能 Kalman 滤波

模型参数失配 Kalman 滤波在工程应用中最大的问题是输出结果的不可信性, 因此, 从可信性角度入手开展智能 Kalman 滤波的研究具有非常直观的现实意义, 主要亟待研究的问题包括: 面向模型参数失配客观事实的工程滤波可信性分析基本框架, 高斯系统估计可信性定量度量的一般性定义方法, 基于可信度定义的模型参数联合智能自适应优化估计方法, 非高斯系统的可信度定义方法, 基于可信度自适应估计的非线性非高斯滤波方法; 可观测度分析和可信度计算的内在差异性、关联性和一致性分析理论, 基于一体化分析的工程化智能 Kalman 滤波融合理论及估计性能评估分析方法等。

6.5 机器学习与智能 Kalman 滤波融合

机器学习作为数据驱动领域重要的新息处理方法, 几乎在所有新息领域得到了重点和热点关注, 因此, 在 Kalman 理论及其应用研究领域也不例外。一般性而言, 工程化智能 Kalman 滤波设计过程中可以应用机器学习技术进行参数学习训练 (比如支持向量机、神经网络等), 而在不少机器学习方法中也需要 Kalman 滤波技术的协助 (对机器学习方法中一些参数进行动态递推估计), 从而形成了 Kalman 滤波与机器学习方法你中有我、我中有你的格局。因此, 在智能 Kalman 滤波融合理论研究过程中, 也存在诸多与机器学习深度耦合相关的研究工作有待进一步开展, 主要包括: 基于数据驱动和模型驱动联合的智能 Kalman 滤波器设计框架, 研究特定的机器学习方法在可观测度滤波、可信度 Kalman 滤波设计中的应用, 研究机器学习理论在可观可信理论建立过程中的深度应用, 机器学习技术在统一智能 Kalman 滤波参数逼近估计中的应用; 研究典型机器学习方法中 Kalman 递推估计方法在数据模型参数估计中的应用, Kalman 滤波对机器学习方法中初值选取和学习收敛性能改善的理论分析等。

7 结论和展望

作为信号去噪和状态估计领域重要的模型驱动方法, Kalman 滤波理论自从建立以来就受到了科学研究和工程应用领域的极大关注, 同时极大地推动了现代控制理论和状态估计理论两大领域的快速发展。随着现代控制系统复杂性急剧增加, 以及实际生产生活对状态估计理论严谨性、系统性和可应用性等日益增长的高要求性, 使得传统 Kalman 滤波理论已经难以支撑现代复杂工业控制系统的高性能应用需求, 因此, 迫切需要开展 Kalman 滤波理论的变革

性研究。针对上述问题, 首先在经典 Kalman 滤波理论局限性深入分析的基础上, 对近 60 年 Kalman 理论的研究发展进行了一个总体性回顾与综述; 然后, 在以最近对 Kalman 滤波的工程可用性分析为出发点, 讨论可观测度理论及其智能 Kalman 滤波理论研究的进展, 为工程化智能 Kalman 理论研究及其应用提供一个潜在有效的研究方向; 最后, 从多个层面、多个方向为工程化智能 Kalman 理论的研究指出众多亟待研究的关键问题, 以期为更多研究者加入到高性能高可靠工程化智能 Kalman 滤波融合理论的应用性研究提供方向性参考。

References

- 1 付梦印, 邓志红, 闫莉萍. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2010: 218.
- 2 韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2010: 24, 548.
- 3 赵宗贵, 刁联旺, 李君灵, 等. 信息融合工程实践 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2015: 26, 450.
- 4 严锦涛, 陈砚桥, 刘晓威. 基于卡尔曼滤波理论的质量数据评估方法研究 [J]. 舰船电子工程, 2018, 38(8): 137-140, 179.
- 5 王宝军, 王立冬, 王俊, 等. 基于递推推广最小二乘的雷达输出数据滤波方法 [J]. 兵器装备工程学报, 2018, 39(2): 95-98.
- 6 ZAKAI M. On a property of Wiener filters[J]. IRE Transactions on Information Theory, 2003, 5(1): 15-17.
- 7 ROBBINS H. An extension of wiener filter theory to partly sampled systems[J]. IRE Transactions on Circuit Theory, 1959, 6(4): 362-370.
- 8 张超, 黎仁刚, 顾军. 基于多级维纳滤波的 ESPRIT 算法 [J]. 舰船电子对抗, 2017, 40(1): 74-78, 86.
- 9 祁斐, 宁波, 霍鹏飞. 多普勒信号的小波域维纳滤波方法 [J]. 探测与控制学报, 2019, 41(3): 32-36.
- 10 KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45.
- 11 HUTCHINSON C. An example of the equivalence of the Kalman and Wiener filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1966, 11(2): 324.
- 12 HEFFES H. The effect of erroneous models on the Kalman filter response[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1966, 11(3): 541-543.
- 13 BRAMMER K. Input-adaptive Kalman-Bucy filtering[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1970, 15(1): 157-158.
- 14 LUO Z, BULLOCK T. Discrete Kalman filtering using a generalized companion form[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1975, 20(2): 227-230.

- 15 HAMPTON R L T. Unsupervised learning of the Kalman filter[J]. *Electronics Letters*, 1973, 9(17): 383–384.
- 16 BOLAND F M, NICHOLSON H. Control of divergence in Kalman filters[J]. *Electronics Letters*, 1976, 12(15): 367–369.
- 17 BOOZER D, MCDANIEL W. On innovation sequence testing of the Kalman filter[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1972, 17(1): 158–160.
- 18 张嗣瀛, 高立群. 现代控制理论 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 16, 357.
- 19 BROGAN W L. *Modern control theory*[M]. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1985: 509.
- 20 CHANDRA K P B, GU D, POSTLETHWAITE I. Square root cubature information filter[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2013, 13(2): 750–758.
- 21 GLIELMO L, SETOLA R, VASCA F. An interlaced extended Kalman filter[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(8): 1546–1549.
- 22 SHI L. Kalman filtering over graphs: theory and applications[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(9): 2230–2234.
- 23 HAESSIG D, FRIEDLAND B. Separate-bias estimation with reduced-order Kalman filters[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(7): 983–987.
- 24 赵温波, 丁海龙. 自适应平方根无迹滤波的雷达组网状态估计算法[J]. *火力与指挥控制*, 2015, 40(5): 43–48.
- 25 刘征宇, 汤伟, 王雪松, 等. 基于双时间尺度扩展卡尔曼粒子滤波算法的电池组单体荷电状态估计 [J]. *中国机械工程*, 2018, 29(15): 1834–1839.
- 26 OLIVERA R, OLIVERA R, VITE O, et al. Application of the Three State Kalman filtering for moving vehicle tracking[J]. *IEEE Latin America Transactions*, 2016, 14(5): 2072–2076.
- 27 GOLOVAN A, MATASOV A. The Kalman-Bucy filter in the guaranteed estimation problem[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(6): 1282–1286.
- 28 JAFARZADEH S, LASCUC, FADALI M S. State estimation of induction motor drives using the unscented Kalman filter[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(11): 4207–4216.
- 29 闫丽梅, 崔佳, 徐建军, 等. 基于 PMU/SCADA 混合量测的电力系统积分卡尔曼滤波的状态估计 [J]. *电机与控制学报*, 2014, 18(6): 79–84.
- 30 常思江, 王中原, 牛春峰. 基于卡尔曼滤波的弹箭飞行状态估计方法 [J]. *弹道学报*, 2010, 22(3): 94–98.
- 31 ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters[J]. *IEEE Transaction on automatic control*, 2009, 54(6): 1254–1269 .
- 32 GE Q, SHAO T, DUAN Z, et al. Performance analysis of the Kalman filter with mismatched noise covariances[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(12): 4014–4019.
- 33 YU K K C, WATSON N R, ARRILLAGA J. An adaptive Kalman filter for dynamic harmonic state estimation and harmonic injection tracking[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2005, 20(2): 1577–1584.
- 34 CHEN G, CHUI C K. A modified adaptive Kalman filter for real-time applications[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1991, 27(1): 149–154.
- 35 徐英蛟. 一种改进自适应增量 Kalman 滤波的传递对准算法 [J]. *指挥控制与仿真*, 2018, 40(4): 33–37.
- 36 叶泽浩, 毕红葵, 段敏, 等. 自适应平方根球型无迹卡尔曼滤波算法 [J]. *雷达科学与技术*, 2018, 16(6): 615–621.
- 37 HUANG Y, ZHANG Y, WU Z, et al. A novel adaptive Kalman filter with inaccurate process and measurement noise covariance matrices[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(2): 594–601.
- 38 ZHANG Y, HUANG Y, LI N, et al. Interpolatory cubature Kalman filters[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(11): 1731–1739.
- 39 田金鹏, 闵天, 薛莹, 等. 自适应线性预测卡尔曼滤波压缩感知算法 [J]. *控制与决策*, DOI: 10.13195/j.kzyj.2018.0679.
- 40 宋会杰, 董绍武, 屈俐俐, 等. 基于 Sage 窗的自适应 Kalman 滤波用于钟差预报研究 [J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(7): 1809–1816.
- 41 GE Q, SHAO T, CHEN S, et al. Carrier tracking estimation analysis by using the extended strong tracking filtering[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(2): 1415–1424.
- 42 JULIER S J, UHLMANN J K, DURRANT-WHYTE H F. A new approach for filtering nonlinear systems[C]//*Proceedings of 1995 American Control Conference-ACC'95*, 1995: 1628–1632.
- 43 GE Q, LI W, WEN C. SCKF-STF-CN: a universal nonlinear filter for maneuver target tracking[J]. *Journal of Zhejiang University-SCIENCE C*, 2011, 12(8): 678–686.
- 44 ZHANG L, ZHANG X. An optimal filtering algorithm for systems with multiplicative/additive noises[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(7): 469–472.
- 45 张虎龙. 带有乘性噪声的多传感器强跟踪融合算法 [J]. *中国测试*, 2017, 43(5): 101–104.
- 46 褚东升, 于兴凯, 张玲. 一类具有等式约束的带乘性噪声系统的最优滤波算法 [J]. *中国海洋大学学报 (自然科学版)*, 2014, 44(11): 101–105.
- 47 GUO L, WANG H. Minimum entropy filtering for multivariate stochastic systems with non-Gaussian noises[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(4): 695–700.
- 48 傅惠民, 肖强, 姜泰山, 等. 非线性非高斯秩滤波方法 [J]. *航空动力学报*, 2015, 30(10): 2318–2322.
- 49 CHANG G. Marginal unscented Kalman filter for cross-correlated process and observation noise at the same epoch[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2014, 8(1): 54–64.
- 50 GE Q, SHAO T, WEN C, et al. Analysis on strong tracking filtering for linear dynamic systems[J]. *Mathematical Problems in Engineering: Theory, Methods and Applications*, 2015(Pt.16): 648121–648125.

- 51 汤显峰, 陈荣江, 葛泉波, 等. 相关局部估计的传感器网络最优递推融合算法 [C]// 2007 年中国智能自动化会议, 2017: 813–818.
- 52 EINICKE G A, WHITE L B. Robust extended kalman filtering[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 33(8): 1081–1088.
- 53 林孝工, 焦玉召, 梁坤, 等. 相关噪声下非线性滤波及在动力定位中的应用 [J]. *控制理论与应用*, 2016, 33(8): 1081–1088.
- 54 周东华, 王庆林. 有色噪声干扰的非线性系统强跟踪滤波 [J]. *北京理工大学学报*, 1997(3): 321–326.
- 55 LJUNG L. Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1979, 24(1): 36–50.
- 56 LAN J, LI X R. Multiple conversions of measurements for nonlinear estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(18): 4956–4970.
- 57 KAPPL J J. Nonlinear estimation via kalman filtering[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1971, AES-7(1): 79–84.
- 58 LAN J, LI X R. Nonlinear estimation by LMMSE-based estimation with optimized uncorrelated augmentation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(16): 4270–4283.
- 59 RAJASEKARAN P K, SATYANARAYANA N, SRINATH M D. Optimum linear estimation of stochastic signals in the presence of multiplicative noise[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1971, AES-7(3): 462–468.
- 60 左春义. 乘性噪声系统输入和状态同时估计问题的研究 [D]. 济南: 山东师范大学, 2018.
- 61 LIU W. Optimal filtering for discrete-time linear systems with time-correlated multiplicative measurement noises[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(7): 1972–1978.
- 62 ZHAO K, LI P, SONG S. Gaussian filter for nonlinear stochastic uncertain systems with correlated noises[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2018, 18(23): 9584–9594.
- 63 GENG H, WANG Z, LIANG Y, et al. Tobit Kalman filter with time-correlated multiplicative sensor noises under redundant channel transmission[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017, 17(24): 8367–8377.
- 64 XIONG S, ZHOU Z. Neural filtering of colored noise based on Kalman filter structure[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2003, 52(3): 742–747.
- 65 赵长胜, 陶本藻. 有色噪声作用下的抗差卡尔曼滤波 [J]. *武汉大学学报 (信息科学版)*, 2007, 32(10): 880–882.
- 66 孙永辉, 高振阳, 卫志农, 等. 一种考虑非高斯 Levy 量测噪声下的改进分数阶卡尔曼滤波 [J]. *控制与决策*, 2016, 31(3): 547–550.
- 67 YIN L, DENG Z, HUO B, et al. Robust derivative unscented Kalman filter under non-gaussian noise[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 33129–33136.
- 68 宁涛, 文成林, 杨艳萍, 等. 一类噪声相关多传感器系统的新型序贯式融合滤波 [J]. *大连理工大学学报*, 2016, 56(2): 208–213.
- 69 王洁, 韩崇昭, 李晓榕. 异步多传感器数据融合 [J]. *控制与决策*, 2001, 16(6): 877–881.
- 70 葛泉波, 马国进, 汤显峰, 等. 噪声相关的一步滞后无序量测递推融合算法 [J]. *传感技术学报*, 2009, 22(1): 54–66.
- 71 XING Z, XIA Y, YAN L, et al. Multisensor distributed weighted Kalman filter fusion with network delays, stochastic uncertainties, autocorrelated, and cross-correlated noises[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 48(5): 716–726.
- 72 文成林, 葛泉波, 刘双剑. 带有信息反馈的最优异步递推航迹融合算法 [J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(9): 2123–2131.
- 73 FENG X, GE Q, WEN C. An optimal sequential filter for the linear system with correlated noises [C]// *Proceedings of 2009 Chinese Control and Decision Conference*, 2009: 5073–5078.
- 74 BAR-SHALOM Y, LI X R, KIRUBARAJAN T. Estimation with application to tracking and navigation[M]. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- 75 SHAO T, DUAN Z, GE Q, et al. Recursive performance ranking of Kalman filter with mismatched noise covariances[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2019, 13(4): 459–466.
- 76 SHAO T, GE Q, DUAN Z, et al. Relative closeness ranking of Kalman filtering with multiple mismatched measurement noise covariances[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2018, 12(8): 1133–1140.
- 77 FENG J, WANG Z, ZENG M. Distributed weighted robust Kalman filter fusion for uncertain systems with autocorrelated and cross-correlated noises[J]. *Information Fusion*, 2013, 14(1): 78–86.
- 78 YAN L, JIANG L, LIU J, et al. Optimal distributed Kalman filtering fusion for multirate multisensor dynamic systems with correlated noise and unreliable measurements[J]. *IET Signal Processing*, 2018, 12(4): 522–531.
- 79 陈黎, 戚国庆, 盛安冬. 有色观测噪声条件下的分布式 Kalman 最优融合 [J]. *系统仿真学报*, 2009, 21(14): 4443–4446.
- 80 ROY S, ILTIS R A. Decentralized linear estimation in correlated measurement noise[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1991, 27(6): 939–941.
- 81 宋国东, 姜守达, 林连雷. 复杂有色噪声广义系统信息融合 Kalman 滤波器 [J]. *仪器仪表学报*, 2013, 34(5): 1195–1200.
- 82 熊雪, 郭敏华, 李伟杰, 等. 基于有色噪声的改进卡尔曼滤波方法 [J]. *中国惯性技术学报*, 2017, 25(1): 33–36.
- 83 赵长胜, 陶本藻. 有色噪声作用下的抗差卡尔曼滤波 [J]. *武汉大学学报 (信息科学版)*, 2007, 32(10): 880–882.
- 84 隋立芬, 黄贤源, 王冰. 处理有色噪声的现代时间序列分析法 [J]. *测绘科学技术学报*, 2013, 30(5): 443–447.
- 85 褚东升, 王远. 带乘性噪声系统在加性噪声相关时的最优滤波 [J]. *青岛海洋大学学报 (自然科学版)*, 2001, 31(6): 925–930.
- 86 杨智博, 邓自立. 带不确定方差乘性和加性噪声系统鲁棒加权融合稳态 Kalman 估值器 [J]. *控制理论与应用*, 2018, 35(4): 547–556.

- 87 QIAN H, QIAN L, SHEN C, et al. Robust extended Kalman filter for attitude estimation with multiplicative noises and unknown external disturbances[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2014, 8(15): 1523–1536.
- 88 张征. 一类带乘性噪声非线性系统的估计算法研究 [D]. 青岛: 中国海洋大学, 2006.
- 89 王昌盛, 张玲, 臧爱云, 等. 带乘性噪声附等式约束的非线性系统滤波算法 [J]. *中国海洋大学学报 (自然科学版)*, 2016, 46(8): 137–140.
- 90 GRZYMISCH J, FICHTER W. Nonlinear pseudo-measurement filtering for in-orbit bearings-only navigation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(4): 2747–2759.
- 91 LI W, JIA Y, DU J. Resilient filtering for nonlinear complex networks with multiplicative noise[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(6): 2522–2528.
- 92 MASRELIEZ C. Approximate non-Gaussian filtering with linear state and observation relations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1975, 20(1): 107–110.
- 93 ISHIHARA S, YAMAKITA M. Constrained state estimation for nonlinear systems with non-Gaussian noise[C]// *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) and 28th Chinese Control Conference*, 2009: 1279–1284.
- 94 WU C, HAN C. Quadrature Kalman particle filter[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2010, 21(2): 175–179.
- 95 陈金广, 马丽丽. 非高斯系统下卡尔曼滤波算法误差性能分析 [J]. *光电与控制*, 2010, 17(9): 30–33.
- 96 LIU Z, CHAN S, WU H, et al. Bayesian unscented Kalman filter for state estimation of nonlinear and non-Gaussian systems[C]// *Proceedings of 2016 24th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, 2016: 443–447.
- 97 林青, 尹建君, 张建秋, 等. 非线性非高斯模型的高斯和滤波算法 [J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(12): 2493–2499.
- 98 LEONG P H, ARULAMPALAM S, LAMAHWEA T A, et al. Gaussian-sum cubature Kalman filter with improved robustness for bearings-only tracking[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, 21(5): 513–517.
- 99 RAIHAN D, CHAKRAVORTY S. Particle Gaussian mixture filters-II[C]// *Proceedings of 2018 21st International Conference on Information Fusion (FUSION)*, 2018: 1092–1099.
- 100 王宏健, 徐金龙, 李娟, 等. 非平稳非高斯测量噪声条件下改进差分粒子滤波算法研究 [J]. *兵工学报*, 2014, 35(7): 1032–1039.
- 101 MURATA M, HIRAMATSU K. Non-Gaussian filter for continuous-discrete models[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019(1): 89–94.
- 102 赵凯, 王爱平, 吴刚. 非高斯噪声下 Kalman 滤波熵理论算法研究 [J]. *计算机技术与发展*, 2008, 18(6): 40–42, 46.
- 103 成婷, 任蜜蜂, 续欣莹, 等. 基于中心误差熵准则的非高斯系统滤波器设计 [J]. *太原理工大学学报*, 2017, 48(4): 634–641.
- 104 GUO L, WANG H. Minimum entropy filtering for multivariate stochastic systems with non-Gaussian noises[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(4): 695–700.
- 105 ZHOU J, WANG H, ZHOU D. PDF tracking filter design using hybrid characteristic functions[C]// *Proceedings of 2008 American Control Conference*, 2008: 3046–3051.
- 106 ZARITSKII V S, SVETNIK V B, SHIMELEVICH L I. Monte-Carlo techniques in problems of optimal information processing [J]. *Automation and Remote Control*, 1975, 36(3): 2015–2022.
- 107 BOUAYNAYA N, SCHONFELD D. On the optimality of motion-based particle filtering[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2009, 19(7): 1068–1072.
- 108 张昆, 陶建锋, 贺思三. 基于 UKF 和优化组合策略的改进粒子滤波算法 [J]. *计算机工程与科学*, 2017, 39(8): 1483–1488.
- 109 WEN C, GE Q, CHENG X, et al. Filters design based on multiple characteristic functions for the grinding process cylindrical workpieces[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(6): 4671–4679.
- 110 SARKKA S, NUMMENMAA A. Recursive noise adaptive kalman filtering by variational bayesian approximations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 64(6): 4671–4679.
- 111 WANG H, DENG Z, FENG B, et al. An adaptive Kalman filter estimating process noise covariance[J]. *Neurocomputing*, 2017, 223: 12–17.
- 112 FANG X, NAN L, JIANG Z, et al. Robust node position estimation algorithms for wireless sensor networks based on improved adaptive Kalman filters[J]. *Computer Communication*, 2017, 101: 59–81.
- 113 ZHANG A, BAO S, BI W, et al. Low-cost adaptive square-root cubature Kalman filter for systems with process model uncertainty [J]. *Acta Physico-Chimica Sinica*, 1999, 17(6): 589–695.
- 114 ZHOU D H, XI Y G, ZHANG Z J. A suboptimal multiple fading extended Kalman filter[J]. *Computer Communication*, 2016, 27(5): 945–953.
- 115 周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 347.
- 116 QIU Z, QIAN H, WANG G. Adaptive robust cubature Kalman filtering for satellite attitude estimation[J]. *Computer Communication*, 2018, 31(4): 806–819.
- 117 GE Q, WEN C, CHEN S, et al. Adaptive cubature strong tracking information filter using variational Bayesian method[C]// *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*, 2014, 19: 5945–5950.
- 118 张谦, 景占荣. 一种过程噪声自适应调节的卡尔曼滤波算法 [J]. *电子测量技术*, 2007, 30(5): 18–20, 31.
- 119 ASSA A, PLATANIOTIS K N. Adaptive Kalman filtering by covariance sampling[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(9): 1288–1292.
- 120 MENG J, GE Q, WANG R, et al. Nonlinear filtering with adaptive estimation of state transfer matrix for nonlinear systems with multiplicative noise[C]// *Proceedings of 32nd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)*, 2017: 228–233.

- 121 丁家琳, 肖建. 基于极大后验估计的自适应容积卡尔曼滤波器 [J]. 控制与决策, 2014, 29(2): 327–334.
- 122 戴洪德, 陈明, 周绍磊, 等. 基于支持向量机的自适应卡尔曼滤波技术研究 [J]. 控制与决策, 2008, 23(8): 949–952.
- 123 岳晓奎, 袁建平. 一种基于极大似然准则的自适应卡尔曼滤波算法 [J]. 西北工业大学学报, 2005, 23(4): 469–474.
- 124 ZHOU W, LI X, YI J, et al. A Novel UKF-RBF Method Based on Adaptive Noise Factor for Fault Diagnosis in Pumping Unit[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(3): 1415–1424.
- 125 Akbar Assa a, Farrokh Janabi-Sharifi, Konstantinos N. Plataniotis. Sample-based adaptive Kalman filtering for accurate camera pose tracking[J]. Neurocomputing, 2019, 333(14): 307–318.
- 126 陈金广, 李洁, 高新波. 双重迭代变分贝叶斯自适应卡尔曼滤波算法 [J]. 电子科技大学学报, 2012, 41(3): 359–363.
- 127 柏菁, 刘建业, 袁信. 模糊自适应卡尔曼滤波技术研究 [J]. 航天控制, 2002, 20(1): 18–23.
- 128 WANG X, WANG G, CHEN H, et al. Real-time temperature field reconstruction of boiler drum based on fuzzy adaptive Kalman filter and order reduction[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2017, 113: 145–153.
- 129 LIU Y, FAN X, LV C, et al. An innovative information fusion method with adaptive Kalman filter for integrated INS/GPS navigation of autonomous vehicles[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 100: 605–616.
- 130 EMAMI M, TABAN M R. A novel intelligent adaptive Kalman filter for estimating the Submarine's velocity: with experimental evaluation[J]. Ocean Engineering, 2018, 158: 403–411.
- 131 GABREA M. Robust adaptive Kalman filtering-based speech enhancement algorithm[C]// Proceedings of 2004 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2004: 301.
- 132 李晓理, 胡广大. 基于多模型方法的自适应卡尔曼滤波 [J]. 系统仿真学报, 2008, 20(3): 590–592.
- 133 危璋, 冯新喜, 毛少锋. 自适应交互多模型的 PHD 粒子滤波多机动目标跟踪 [J]. 弹箭与制导学报, 2015(2): 166–170.
- 134 MBALAWATA I S, SRKK S, VIHOLA M, et al. Adaptive Metropolis algorithm using variational Bayesian adaptive Kalman filter[J]. Computational Statistics and Data Analysis, 2015, 83: 101–105.
- 135 DAVARI N, GHOLAMI A. Variational Bayesian adaptive Kalman filter for asynchronous multirate multi-sensor integrated navigation system[J]. Ocean Engineering, 2019, 174: 108–116.
- 136 沈锋, 徐广辉, 桑靖. 一种自适应变分贝叶斯容积卡尔曼滤波方法 [J]. 电机与控制学报, 2015, 19(4): 94–99.
- 137 李俊, 周良荣, 赵涛, 等. 野值存在下的 BP 网络自适应卡尔曼滤波 [J]. 火力与指挥控制, 2009, 34(11): 61–64, 67.
- 138 蒋恩松, 李孟超, 孙刘杰. 一种基于神经网络的卡尔曼滤波改进方法 [J]. 电子与信息学报, 2007, 29(9): 2073–2076.
- 139 徐景硕, 秦永元, 彭蓉. 自适应卡尔曼滤波器渐消因子选取方法研究 [J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(11): 1552–1554.
- 140 HUANG W, XIE H, SHEN C, et al. A robust strong tracking cubature Kalman filter for spacecraft attitude estimation with quaternion constraint[J]. Acta Astronautica, 2016, 121: 153–163.
- 141 DENG F, CHEN J, CHEN C. Adaptive unscented Kalman filter for parameter and state estimation of nonlinear high-speed objects[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2013, 24(4): 655–665.
- 142 HAJIYEV C H, VURAL S Y, SHUMSKY A, et al. Robust Kalman filter based estimation of AUV dynamics in the presence of sensor faults[J]. IFAC Papers OnLine, 2018, 51(30): 424–429.
- 143 ZULUAGA C D, ALVAREZ M A, GIRALAO E. Short-term wind speed prediction based on robust Kalman filtering: an experimental comparison[J]. Applied Energy, 2015, 156(10): 321–330.
- 144 QIU L, ZENG Z, ZHANG X, et al. An adaptive Kalman filter for extreme polarization effects equalization in coherent optical communication system[J]. Optics Communications, 2019, 445: 125–135.
- 145 LI Z, CHANG G, GAO J, et al. GPS/UWB/MEMS-IMU tightly coupled navigation with improved robust Kalman filter[J]. Advances in Space Research, 2016, 58: 2424–2434.
- 146 JIANG Y, BAOYIN H. Robust extended Kalman filter with input estimation for maneuver tracking[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2018, 31(9): 1910–1919.
- 147 孙章国, 钱峰. 一种基于指数渐消因子的自适应卡尔曼滤波算法 [J]. 电子测量技术, 2010, 33(1): 40–42.
- 148 LI W, GE Q. UKF-STF tracking with correlated noises for the nonlinear system[C]// Proceedings of 2010 8th World Congress on Intelligent Control and Automation, Jinan, China, 2010.
- 149 CAO L, YANG W, LI H, et al. Robust double gain unscented Kalman filter for small satellite attitude estimation[J]. Advances in Space Research, 2017, 60: 499–512.
- 150 ZHANG H, XIE J, GE J, et al. Adaptive strong tracking square-root cubature Kalman filter for maneuvering aircraft tracking[J]. Digital Object Identifier, 2018, 6: 10052–10061.
- 151 SOKEN H E, HAJIYEV C, SAKAI S I. Robust Kalman filtering for small satellite attitude estimation in the presence of measurement faults[J]. European Journal of Control, 2014, 20: 64–72.
- 152 JIANG L, ZHANG H. Redundant measurement-based second order mutual difference adaptive Kalman filter[J]. Automatica, 2019, 100: 196–402.
- 153 赵利强, 罗达灿, 王建林, 等. 自适应强跟踪容积卡尔曼滤波算法 [J]. 北京化工大学学报(自然科学版), 2013, 40(3): 98–103.
- 154 徐树生, 林孝工, 李新飞. 强跟踪自适应平方根容积卡尔曼滤波算法 [J]. 电子学报, 2014(12): 2394–2400.
- 155 张虎龙. 自适应高阶无迹增量卡尔曼滤波算法 [J]. 测控技术, 2017, 36(4): 40–42, 47.

- 156 戴文战, 黄晓姣, 沈忱. 带遗忘因子的自适应迭代容积卡尔曼滤波算法[J]. 科技通报, 2019, 35(1): 181–185.
- 157 WANG J, FENG X, ZHAO L, et al. Unscented transformation based robust kalman filter and its applications in fermentation process[J]. Process Systems Engineering, 2010, 18(3): 412–418.
- 158 SHI Y, TANG X, FENG X, et al. Hybrid adaptive cubature Kalman filter with unknown variance of measurement noise[J]. Sensors, 2018, 18: 1–20.
- 159 王春柏, 赵保军, 何佩琨. 模糊自适应跟踪卡尔曼滤波器研究[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(10): 1367–1369, 1372.
- 160 JWO D, WANG S. Adaptive fuzzy strong tracking extended Kalman filtering for GPS navigation[J]. IEEE Sensors Journal, 2007, 7(5): 778–789.
- 161 LIN C, CHANG Y, HUNG C, et al. Position estimation and smooth tracking with a fuzzy-logic-based adaptive strong tracking Kalman filter for capacitive touch panels[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(8): 5097–5108.
- 162 LI W, SUN S, JIA Y, et al. Robust unscented Kalman filter with adaptation of process and measurement noise covariances[J]. Digital Signal Processing, 2016, 48: 93–103.
- 163 GE Q, SHAO T, YANG Q, et al. Multisensor nonlinear fusion methods based on adaptive ensemble fifth-degree iterated cubature information filter for biomechatronics[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2016, 46(7): 912–925.
- 164 LI X, PENG L, GAO L, et al. A robust hybrid filtering method for accurate battery remaining useful life prediction[J]. IEEE Access, 2019, 7: 57843–57856.
- 165 GE Q, MA J, CHEN S, et al. Observable degree analysis to match estimation performance for wireless tracking networks[J]. Asian Journal of Control, 2016, 19(4): 1259–1270.
- 166 KALMAN R E. Mathematical description of linear dynamic systems[J]. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics Series A Control, 1963, 1(2): 152–192.
- 167 CHEN Z. Local observability and its application to multiple measurement estimation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1963, 1(2): 152–192.
- 168 冯绍军, 袁信. 观测度及其在卡尔曼滤波器设计中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 1999, 7(2): 18–21.
- 169 程向红, 万德钧. 捷联惯系统的可观性和可观度研究[J]. 东南大学学报(自然科学版), 1997, 27(6): 6–11.
- 170 欧阳志宏, 杨宏文, 胡卫东, 等. 基于可观度评价的雷达系统误差估计[J]. 计算机仿真, 2008, 25(10): 336–339.
- 171 梁浩, 王丹丹, 穆荣军. 基于状态参数可观度分析的舰机传递对准自适应滤波方法[J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(1): 58–62.
- 172 HONG S, CHUN H H, KWON S H, et al. Observability measures and their application to GPS/INS[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2008, 57(1): 97–106.
- 173 GOSHEN-MESKIN D, BAR-ITZHACK I Y. Observability analysis of piecewise constant systems-Part I: theory[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28(4): 1056–1067.
- 174 GOSHEN-MESKIN D, BAR-ITZHACK I Y. Observability analysis of piecewise constant systems-Part II: application to inertial navigation in-flight Alignment(military applications)[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28(4): 1068–1075.
- 175 陈雨, 赵劼, 李群生. 一种可观度分析方法及在传递对准中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2013, 21(4): 467–471.
- 176 李建文, 刘华伟, 吴高龙. 基于低维 SOM 的可观度分析方法及其在应用[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(7): 1728–1732.
- 177 冯道旺, 李宗华, 周一宇, 等. 一种单站无源定位方法及其可观性分析[J]. 国防科技大学学报, 2004, 26(1): 68–71.
- 178 帅平, 陈定昌, 江涌. GPS/SINS 组合导航系统状态的可观度分析方法[J]. 宇航学报, 2004, 25(2): 219–224.
- 179 马艳红, 胡军. 基于 SVD 理论的可观度分析方法的几个反例[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(4): 448–452.
- 180 杨晓霞, 阴玉梅. 可观度的探讨及其在捷联惯导系统可观性分析中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2012, 20(4): 406–409.
- 181 刘淮, 陈哲. 条件数在系统可观性分析中的应用研究[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(7): 1552–1555.
- 182 HAM F M, BROWN R G. Observability, eigenvalues, and Kalman filtering[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1983, 19(2): 269–273.
- 183 BARAM Y, KAILATH T. Estimability and regulability of linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(12): 1116–1121.
- 184 GE Q, CHEN T, HE H, et al. Cramer-Rao lower bound-based observable degree analysis[J]. Science China F (Information Sciences), 2019, 62(5): 050209.
- 185 GE Q, MA J, HE H, et al. A basic smart linear Kalman filter with online Performance evaluation based on observable degree[J]. Applied Mathematics and Computation, 2019. (Accepted)
- 葛泉波** (1980–), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为自适应 Kalman 滤波、工程化智能 Kalman 滤波方法、目标跟踪融合理论和能源互联网大数据分析. 本文通信作者. E-mail: QuanboGe@163.com
- 李宏** (1970–), 男, 硕士, 研究员, 主要研究方向为光电测试技术和系统工程理论方法.
- 文成林** (1963–), 男, 博士, 教授, 主要研究风向为状态估计、信息融合、故障诊断和人工智能.